広島市立大学

2013年 第1問

数理 石井K

1 次の問いに答えよ．

(1) 次の関数の導関数を求めよ．

(i) $y=\sqrt{2-x^3}$

(ii) $y=x^2\cos(\sqrt{2}x)$

(iii) $y=\dfrac{e^x-2}{e^x+2}$

(2) 次の不定積分，定積分を求めよ．

(i) $\displaystyle\int \frac{x^2}{2-x}\,dx$

(ii) $\displaystyle\int \sqrt[3]{x^5+x^3}\,dx$

(iii) $\displaystyle\int_0^1 (1-x)\cos(\pi x)\,dx$

(1)(i) $y=(2-x^3)^{\frac{1}{2}}$ より．

$$y'=\frac{1}{2}\cdot(2-x^3)^{-\frac{1}{2}}\cdot(-3x^2)$$

$$\therefore\ y'=-\frac{3x^2}{2\sqrt{2-x^3}}$$

(ii) $y'=2x\cos(\sqrt{2}x)+x^2\cdot(-\sin(\sqrt{2}x))\cdot\sqrt{2}$

$$=2x\cos(\sqrt{2}x)-\sqrt{2}x^2\sin(\sqrt{2}x)$$

(iii) $y'=\dfrac{e^x(e^x+2)-(e^x-2)\cdot e^x}{(e^x+2)^2}$

$$=\frac{4e^x}{(e^x+2)^2}$$

(2)(i).

$$(\text{与式})=\int\frac{(2-x)(-x-2)+4}{2-x}\,dx$$

$$=\int -x-2+\frac{4}{2-x}\,dx$$

$$=-\frac{x^2}{2}-2x-4\log|x-2|+C$$

(Cは積分定数)

メモ

$$\begin{array}{r} -x-2 \\ 2-x\,\overline{)\,x^2} \\ \underline{x^2-2x} \\ 2x \\ \underline{2x-4} \\ 4 \end{array}$$

$\therefore\ x^2=(2-x)(-x-2)+4$

(ii) $(\text{与式})=\displaystyle\int x\sqrt[3]{x^2+1}\,dx$

$$=\frac{3}{8}(x^2+1)^{\frac{4}{3}}+C\quad(\text{Cは積分定数})$$

(iii) $(\text{与式})=\displaystyle\int_0^1(1-x)\left\{\frac{1}{\pi}\sin(\pi x)\right\}'dx$

$$=\left[(1-x)\frac{1}{\pi}\sin(\pi x)\right]_0^1-\int_0^1-\frac{1}{\pi}\sin(\pi x)\,dx$$

$$=\frac{1}{\pi}\left[-\frac{1}{\pi}\cos(\pi x)\right]_0^1$$

$$=\frac{2}{\pi^2}$$