広島市立大学

2014年 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} - a_n = (n+1)(n+2) \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ とし，$pA + qE$（p，q は実数）の形の2次正方行列全体の集合を M とする．ただし，E は2次の単位行列とする．

（i）A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

（ii）A^{-1} は集合 M に属することを示せ．

(3) m, n を正の整数として次の命題を考える．

「$m^2 + 2n^2$ が3の倍数でない $\Longrightarrow$

（m は3の倍数でない　または n は3の倍数である）」

（i）この命題の対偶を述べよ．

（ii）この命題が偽であることを示せ．

(1) 階差数列を b_n とおくと $(b_n = a_{n+1} - a_n)$，$b_n = (n+1)(n+2)$ より．

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + 3k + 2 \quad (n \geqq 2)$$

$$= 2 + \frac{1}{6}(n-1)\cdot n\cdot(2n-1) + \frac{3}{2}(n-1)\cdot n + 2(n-1)$$

$$= \underline{\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)} \quad //$$

これは $n=1$ のときも成り立つ

(2)(i) $A^{-1} = \underline{\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}$ //

(ii) $pA + qE = \begin{pmatrix} p+q & p \\ -p & 2p+q \end{pmatrix}$　∴ $p = -\frac{1}{3}$，$q = 1$ とおくと

$-\frac{1}{3}A + E = A^{-1}$ となり，$A^{-1} \in M$ ■

(3)(i) 「(m は3の倍数 かつ n は3の倍数でない) $\Rightarrow$ m^2+2n^2 は3の倍数」

—//

(ii) $m = 3$，$n = 1$

の場合を考えると (i)の対偶は $m^2+2n^2 = 11$ となり成りたたない ∴ 元の命題も偽 ■