

2017年 第2問

2 次の問いに答えよ。

(1)  $\alpha, \beta$  は 0 でない複素数で,  $\alpha^2 + \sqrt{2}\alpha\beta + \beta^2 = 0$  を満たすとする。(i)  $\frac{\alpha}{\beta}$  を極形式で表せ。ただし, 偏角  $\theta$  の範囲は  $-\pi < \theta \leq \pi$  とする。(ii) 複素数平面上で, 3点  $A(\alpha), B(\beta)$ , および原点  $O$  を頂点とする三角形を考える。  $\angle AOB, \angle OBA, \angle BAO$  の大きさをそれぞれ求めよ。(2) 実数  $a, b$  に対し, 次の命題  $A, B$  を考える。命題  $A$ :  $a \geq 0$  かつ  $ab \geq 0$  ならば,  $b \geq 0$  である。命題  $B$ :  $a + b \geq 0$  かつ  $ab \geq 0$  ならば,  $b \geq 0$  である。(i) 命題  $A$  が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ, それが反例であることを示せ。(ii) 命題  $B$  が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ, それが反例であることを示せ。