0001866093318999

広島市立大学

2014年 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=4\sin x+(\pi-2x)\cos x$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ について，次の問いに答えよ.

(1) $f'(x)$，$f''(x)$ を求めよ.

(2) $f'(x)$ は $0\leqq x\leqq\pi$ で減少することを示せ.

(3) $f(x)$ の増減および曲線 $y=f(x)$ の凹凸を調べよ.

(4) 曲線 $y=f(x)$，x 軸，y 軸および直線 $x=\pi$ で囲まれた部分の面積を求めよ.

(1) $f'(x)=4\cos x-2\cos x-(\pi-2x)\sin x$

$=\underline{2\cos x-(\pi-2x)\sin x}$ //

$f''(x)=-2\sin x+2\sin x-(\pi-2x)\cos x$

$=\underline{(2x-\pi)\cos x}$ //

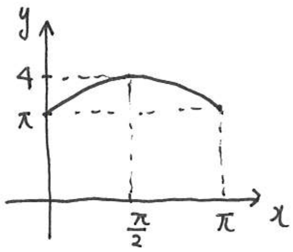
(2) $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ において，$2x-\pi\leqq0$，$\cos x\geqq0$ より $f''(x)\leqq0$

$\frac{\pi}{2}<x\leqq\pi$ において，$2x-\pi>0$，$\cos x<0$ より $f''(x)<0$

$\therefore$ $0\leqq x\leqq\pi$ において，$f''(x)\leqq0$ となるので，$f'(x)$ は単調減少 ■

(3) (2)より．$f'(x)=0$ となるのは $0\leqq x\leqq\pi$ において $x=\frac{\pi}{2}$ のときのみ.

と $f'(\frac{\pi}{2})=0$



x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f''(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	π	↗	4	↘	π

極大

(4) $S=\int_0^\pi 4\sin x+(\pi-2x)\cos x\,dx$

$=\Big[-4\cos x+\pi\sin x\Big]_0^\pi-2\int_0^\pi x(\sin x)'\,dx$

$=4+4-2\Big[x\sin x\Big]_0^\pi+2\int_0^\pi\sin x\,dx$

$=8+2\Big[-\cos x\Big]_0^\pi$

$=\underline{12}$ //