



2017年 理学部・医学部 第3問

3 n は正の整数とする。1から n までの異なる n 個の整数の順列を考える。以下そのような順列に対して、直前の数よりも小さい数が並ぶ回数を「下降回数」と呼ぶ。例えば、 $n=4$ のとき、1432では4の次に3、3の次に2が並んでいるので下降回数は2である。同様にして1234、1324、4321の下降回数はそれぞれ0、1、3である。下降回数が1である順列の総数を a_n 、下降回数が2である順列の総数を b_n とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a_4 を求めよ。

(2) $a_n = \sum_{k=0}^n ({}_n C_k - 1)$ であることを示せ。

(3) a_n を求めよ。

(4) $n \geq 2$ のとき、 $b_n = \sum_{k=1}^{n-1} {}_n C_k a_{n-k} - \sum_{m=1}^{n-1} (m-1)({}_n C_m - 1)$ であることを示せ。