

2014年第3問

3 四面体OABCは、 $OA = BC$ 、 $OB = AC$ 、 $OC = AB$ を満たしているとし、 $OA = a$ 、 $OB = b$ 、 $OC = c$ とおく。三角形ABCと三角形OACの重心をそれぞれG、Hとすると、次の問いに答えよ。

- (1) \vec{OG} 、 \vec{BH} をそれぞれ \vec{OA} 、 \vec{OB} 、 \vec{OC} を用いて表せ。
- (2) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を a 、 b 、 c を用いて表せ。
- (3) $OG \perp BH$ であるとき、 $a^2 + c^2 = 3b^2$ が成り立つことを示せ。