

2016年工学部第1問

1 四面体 $OABC$ の面はすべて合同であり、 $OA = 5$, $OB = 8$, $AB = 7$ である。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ として、次に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$ および $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (2) 3点 O, A, B の定める平面を α とし、 α 上の点 H を直線 CH と α が垂直になるように選ぶ。 \vec{OH} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (3) (2) の点 H に対して、線分 CH の長さを求めよ。
- (4) 四面体 $OABC$ の体積 V_1 を求めよ。また、辺 OC の中点を D とし、さらに辺 OB 上に点 E を $AE + ED$ が最小となるようにとる。このとき、四面体 $OAED$ の体積 V_2 を求めよ。