



2011年第4問

4 次の問いに答えよ.

(1) 関係式

$$a_1 = 1, \quad na_{n+1} - (n+1)a_n = 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めたい. $b_n = \frac{a_n}{n}$ ($n = 1, 2, \dots$) とおいて数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めることにより, a_n を求めよ.

(2) $x \neq 1$ のとき, 等比数列の和の公式

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$

の両辺を x で微分せよ. その結果を利用して, $\sum_{k=1}^{n-1} kx^k$ を求めよ.

(3) $p \neq 1$ のとき, 関係式

$$c_1 = 0, \quad \frac{pc_{n+1}}{n} - \frac{c_n}{n+1} = \frac{1}{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義される数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ.