

2014年医学部第1問

1 以下の問いに答えよ.

(1)  $a, b, c$  を相異なる実数とする.  $x, y, z$  に関する連立3元1次方程式

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a^4 \\ x - by + b^2z = b^4 \\ x - cy + c^2z = c^4 \end{cases}$$

を解きたい. その解を基本対称式

$$\begin{aligned} A &= a + b + c \\ B &= ab + bc + ca \\ C &= abc \end{aligned}$$

を用いて表せ.

(2) 平面上に3点  $A(2, 3), B(1, 2), C(3, 1)$  をとる. このとき, 三角形  $ABC$  の内心を求めよ.

(3) 行列  $A$  を

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} & -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \\ \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} & \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \end{pmatrix}$$

とおく. このとき, 行列の和

$$A + A^2 + \cdots + A^7 + A^8$$

を, (簡潔な形で) 求めよ.