



2016年医(医)・歯・薬第2問

2  $\triangle OAB$ において、次のように6点 $P, P', Q, Q', R, R'$ を定める。辺 $OA$ を $p:(1-p)$ に内分する点を $P$ ,  $p:(1-p)$ に外分する点を $P'$ とする。同様に、辺 $AB$ を $q:(1-q)$ に内分する点を $Q$ , 外分する点を $Q'$ とし、辺 $BO$ を $r:(1-r)$ に内分する点を $R$ , 外分する点を $R'$ とする。ただし、 $0 < p < 1$ ,  $0 < q < 1$ ,  $0 < r < 1$ かつ $p \neq \frac{1}{2}$ ,  $q \neq \frac{1}{2}$ ,  $r \neq \frac{1}{2}$ とする。

- (1)  $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致するとき、 $p:q:r$ を求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{P'Q}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行でないとする。 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle P'Q'R'$ の重心が一致するとき、 $\triangle OAB$ の重心と $\triangle PQR$ の重心が一致することを示せ。
- (3)  $\overrightarrow{P'Q}$ と $\overrightarrow{P'R'}$ が平行であるとき、 $2pqr + p + q + r = pq + qr + rp + 1$ が成り立つことを示せ。