

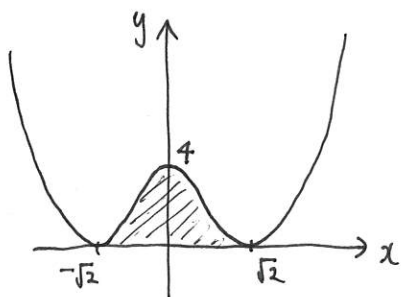


2014年理系第4問

4 関数 $f(x) = (x^2 - 2)^2$ について考える.

- (1) $f(x)$ の増減と極値を調べ、それをもとに $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい。
 (2) x 軸と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。

$$\begin{aligned} (1) f'(x) &= (x^2 - 2) \cdot 2 \cdot 2x \\ &= 4x(x^2 - 2) \end{aligned}$$



x	...	$-\sqrt{2}$...	0	...	$\sqrt{2}$...	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		↓	0	↑	4	↓	0	↑
		極小		極大		極小		

$$(2) y = (x^2 - 2)^2 \text{ より } x^2 - 2 = \pm\sqrt{y}$$

$$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \text{ の範囲での } x^2 - 2 \leq 0 \quad \therefore x^2 - 2 = -\sqrt{y}$$

$$\therefore x^2 = 2 - \sqrt{y}$$

$$\therefore V = \pi \int_0^4 (2 - \sqrt{y})^2 dy$$

$$= \pi \left[2y - \frac{2}{3} y^{\frac{3}{2}} \right]_0^4$$

$$= \pi \left(8 - \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 2 \right)$$

$$= \frac{8}{3} \pi$$