

2012年 医学部 第3問

3 次の問いに答えよ.

(1) 連立1次方程式

$$\begin{cases} 5x - y = kx \\ 6x - 2y = ky \end{cases}$$

が  $(x, y) = (0, 0)$  以外の解をもつような  $k$  を  $k_1, k_2$  (ただし  $k_1 < k_2$ ) とおくと,  $k_1 = \boxed{7}$ ,  $k_2 = \boxed{8}$  である.

(2) (1) で求めた  $k_1$  に対して  $(x, y) = (1, a)$ ,  $k_2$  に対して  $(x, y) = (b, 1)$  が各々上の連立1次方程式を満たすとき, 行列  $A$  と  $P$  を

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

とおくと  $P^{-1}AP = \boxed{9}$  となる. これより自然数  $n$  に対して  $A^n = \boxed{10}$  である.

(3) 自然数  $n$  に対して漸化式

$$\begin{cases} a_{n+1} = 5a_n - b_n \\ b_{n+1} = 6a_n - 2b_n \end{cases}, \quad a_1 = 1, b_1 = 2$$

を満たす数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  の一般項を求めると,  $a_n = \boxed{11}$ ,  $b_n = \boxed{12}$  である.