



2018年 理学部（数理）第4問

4 曲線 $y = \log x$ ($x > 0$) を C とする. $a > 1$ とし, 点 $(1, 0)$ における曲線 C の接線を L_1 , 点 $A(a, \log a)$ における曲線 C の接線を L_a とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 不定積分 $\int (\log x)^2 dx$ を求めよ.

(2) 直線 L_a の方程式および直線 L_1 と直線 L_a の交点の x 座標を求めよ.

(3) 2直線 L_1, L_a と曲線 C で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とするとき, 極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{a}$ を求めよ. ただし,

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \text{ を用いてよい.}$$

(4) 2直線 L_1, L_a と曲線 C で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V(a)$ とするとき, 極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V(a)}{a \log a}$ を求めよ. ただし, $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) を用いてよい.