

2014年 法学部・人間環境学部 第2問



2 放物線 $y = -2x^2 - 2x + 4$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この放物線に点 $(-1, 6)$ から引いた2本の接線の方程式を求めよ。
 (2) (1)で求めた2本の接線と x 軸でつくられた三角形の面積を S_1 とし、この放物線と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。このとき、 $|S_1 - S_2|$ の値を求めよ。

(1) 接点を $(t, -2t^2 - 2t + 4)$ とおくと、

$$y' = -4x - 2 \text{ より 接線は } y = (-4t - 2)(x - t) - 2t^2 - 2t + 4$$

$$\therefore y = (-4t - 2)x + 2t^2 + 4 \text{ と表される。これが } (-1, 6) \text{ を通るので}$$

$$6 = 4t + 2 + 2t^2 + 4 \quad \therefore t^2 + 2t = 0$$

$$t(t + 2) = 0 \quad \therefore t = 0, -2$$

$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 6x + 12 \end{cases}$$

(2) $y = -2(x^2 + x) + 4$

$$= -2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

また、 $-2x^2 - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$\therefore (x + 2)(x - 1) = 0$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

$$x = -2, 1$$

$$S_2 = \int_{-2}^1 -2x^2 - 2x + 4 dx$$

$$= -2 \int_{-2}^1 (x - 1)(x + 2) dx$$

$$= \frac{1}{3} (1 - (-2))^3$$

$$= 9$$

$$\therefore |S_1 - S_2| = |12 - 9| = \underline{\underline{3}}$$

