



2015年 医学部 第3問

3 $F(x)$, $f(x)$, $g(x)$ は関数である。次の問いに答えよ。

(1) $0 < a \leq \pi$ とし, $F(x) = \int_a^x \cos(t-a)g(\sin(t-a)) dt - f(x)$ とする。

(i) $f(x)$ は $(1-x) \int_0^x f(t) dt = x \int_x^1 f(t) dt$ と $f(1) = 1$ を満たすとする。 $f(x)$ を求めよ。

(ii) $f(x)$ は (i) で求めた関数である。 $g(x)$ は, $x < y$ ならば $g(x) > g(y)$ を満たし, $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$ であるとする。このとき, 开区間 $(a, 2a)$ で $F(x)$ が極大値をただ1つもつように, a の値の範囲を定めよ。

(2) $a \geq 0$ とし, $F(x) = \int_a^{x+a} \cos(t-a)g(\sin(t-a)) dt - f(x)$ とする。 $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$ であり, $g(x) = xf(x)$ であるとする。 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ のとき $F(x) \leq 0$ となることを示せ。