

2014年 全学部 2月3日 第3問

3 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = x + y_0$  について以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線と直線が共有点をもつとき、放物線と直線の共有点の座標を求めよ。  
 (2)  $y_0 = 2$  のとき、放物線と直線に囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

(1)  $x^2 - x - y_0 = 0$  の判別式を  $\Delta$  とおくと、

放物線と直線が共有点をもつので

$$\Delta = 1 + 4y_0 \geq 0$$

このとき、上の方程式の解は、 $x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4y_0}}{2}$

$$\therefore y = x + y_0 \text{ より、 } y = \frac{1 \pm \sqrt{1+4y_0}}{2} + y_0$$

$$\text{以上より、} \begin{cases} \left( \frac{1 \pm \sqrt{1+4y_0}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{1+4y_0}}{2} + y_0 \right) \text{ (複号同順) } (y_0 > -\frac{1}{4} \text{ のとき}) \\ \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right) (y_0 = -\frac{1}{4} \text{ のとき}) \end{cases}$$

(2) (1) より、交点は  $(2, 4)$ 、 $(-1, 1)$

また、 $-1 \leq x \leq 2$  において、 $x^2 \leq x + 2$

$$\therefore S = \int_{-1}^2 (x+2 - x^2) dx$$

$$= -\int_{-1}^2 (x+1)(x-2) dx$$

$$= \frac{1}{6} \{2 - (-1)\}^3$$

$$= \frac{9}{2} //$$

↙  $\frac{1}{6}$  公式

