



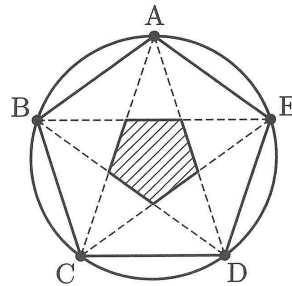
2016年理系第5問

5 円上の5点 A, B, C, D, E は反時計回りにこの順に並び、円周を5等分している。5点 A, B, C, D, E を頂点とする正五角形を  $R_1$  とする。  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CD} = \vec{c}$  とおき、  $\vec{a}$  の大きさを  $x$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{AC}$  の大きさを  $y$  とするとき、  $x^2 = y(y - x)$  がなりたつことを示せ。
- (2)  $\overrightarrow{BC}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (3)  $R_1$  の対角線の交点として得られる  $R_1$  の内部の5つの点を頂点とする正五角形を  $R_2$  とする。  $R_2$  の一辺の長さを  $x$  を用いて表せ。
- (4)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、  $R_n$  の対角線の交点として得られる  $R_n$  の内部の5つの点を頂点とする正五角形を  $R_{n+1}$  とし、  $R_n$  の面積を  $S_n$  とする。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_1} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} S_k$$

を求めよ。



斜線部分が  $R_2$