



2018年文系第2問

台井

2 関数 $f(x) = x|x-3|$ ($0 \leq x \leq 4$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。
 (2) 微分係数 $f'(2)$ の値を求めよ。
 (3) 定積分 $\int_0^4 f(x) dx$ の値を求めよ。

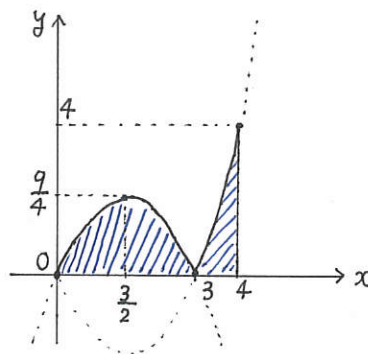
(1) $0 \leq x < 3$ においては、

$$\begin{aligned} f(x) &= x(3-x) \\ &= -x^2 + 3x \end{aligned}$$

$3 \leq x \leq 4$ においては、

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x-3) \\ &= x^2 - 3x \end{aligned}$$

よって、グラフは右のようになる。



(2) (1) より、 $f(x) = -x^2 + 3x$ ($0 \leq x < 3$)

$$\therefore f'(x) = -2x + 3$$

$$\underline{f'(2) = -1}$$

(3) ~~右の図より~~

$$\begin{aligned} \int_0^4 f(x) dx &= \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx + \int_3^4 (x^2 - 3x) dx \\ &= \frac{1}{6} \cdot (3-0)^3 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right]_3^4 \\ \frac{1}{6} \text{公式} \rightarrow &= \frac{9}{2} + \frac{64}{3} - 24 - 9 + \frac{27}{2} \\ &= \underline{\underline{\frac{19}{3}}} \end{aligned}$$