

2015年 神学・経済 第3問

数理
石井K

3 以下の問に答えよ。

- (1) 直線 $y = \frac{1}{2}x$ を原点のまわりに正の向きに $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した直線の方程式は $y = \boxed{3}x$ である。
- (2) 2点 $A(-1, 5)$, $B(3, 2)$ に対して、直線 $y = mx - 2m - 1$ が線分 AB (両端を含む) と共有点をもつような定数 m の範囲は、 $m \leq \boxed{-2}$, $m \geq \boxed{3}$ である。
- (3) 2点 $C(2, 1)$, $D(5, 4)$ に対して、 $CP : DP = 1 : 2$ となるような点 $P(x, y)$ の軌跡の方程式は、 $(x - \boxed{1})^2 + (y - \boxed{0})^2 = \boxed{8}$ である。

$$\begin{aligned}
 (1) \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\alpha + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\frac{\pi}{4}} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \cdot 1} \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\therefore y = 3x //$$

$$(2) \text{線分 } AB: y = \frac{5-2}{-1-3}(x+1)+5 \quad (-1 \leq x \leq 3)$$

$$\therefore \text{線分 } AB: y = -\frac{3}{4}x + \frac{17}{4} \quad (-1 \leq x \leq 3)$$

$$y = mx - 2m - 1 \text{ に代入して } y \text{ を消去すると、} (m + \frac{3}{4})x - 2m - \frac{21}{4} = 0$$

$$(i) m = -\frac{3}{4} \text{ のとき、解なし}$$

$$(ii) m \neq -\frac{3}{4} \text{ のとき、} x = \frac{8m+21}{4m+3}$$

これが $-1 \leq x \leq 3$ をみたすので、

$$-1 \leq \frac{15}{4m+3} + 2 \leq 3 \iff m \leq -2, 3 \leq m$$

$$(i), (ii) \text{ より、} \underline{m \leq -2, m \geq 3} //$$

$$(3) CP : DP = 1 : 2 \text{ より } 2CP = DP \therefore 4CP^2 = DP^2$$

$$\therefore 4\{(x-2)^2 + (y-1)^2\} = (x-5)^2 + (y-4)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 7 = 0$$

$$\underline{(x-1)^2 + y^2 = 8} //$$

