

2014年理系第2問

2 2次正方行列 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ についての条件

(*) $a = d$ かつ $b = -c$

を考える. (*) を満たす M に対して, 実数 $f(M)$ を $f(M) = \sqrt{a^2 + b^2}$ と定める. 以下の問いに答えなさい.

- (1) 2次正方行列 A, B がともに (*) を満たすならば, 積 AB も (*) を満たすことを証明しなさい.
- (2) 2次正方行列 A, B がともに (*) を満たすならば, $f(AB) = f(A)f(B)$ が成り立つことを証明しなさい.
- (3) $A = 16 \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ に対して $f(A^n)$ が十進法で10けた以上となる自然数 n のうち最小のものを求めなさい. ただし, 本問においては $\log_{10} 2 = 0.301$ とする.