一橋大学

2010年 第1問

$\boxed{1}$ 実数 p，q，r に対して，3次多項式 $f(x)$ を $f(x)=x^3+px^2+qx+r$ と定める．実数 a，c，および0でない実数 b に対して，$a+bi$ と c はいずれも方程式 $f(x)=0$ の解であるとする．ただし，i は虚数単位を表す．

(1) $y=f(x)$ のグラフにおいて，点 $(a,\ f(a))$ における接線の傾きを $s(a)$ とし，点 $(c,\ f(c))$ における接線の傾きを $s(c)$ とする．$a \neq c$ のとき，$s(a)$ と $s(c)$ の大小を比較せよ．

(2) さらに，a，c は整数であり，b は0でない整数であるとする．次を証明せよ．

(a) p，q，r はすべて整数である．

(b) p が2の倍数であり，q が4の倍数であるならば，a，b，c はすべて2の倍数である．