



2010年 第1問

1 実数  $p, q, r$  に対して, 3次多項式  $f(x)$  を  $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$  と定める. 実数  $a, c$ , および 0 でない実数  $b$  に対して,  $a + bi$  と  $c$  はいずれも方程式  $f(x) = 0$  の解であるとする. ただし,  $i$  は虚数単位を表す.

(1)  $y = f(x)$  のグラフにおいて, 点  $(a, f(a))$  における接線の傾きを  $s(a)$  とし, 点  $(c, f(c))$  における接線の傾きを  $s(c)$  とする.  $a \neq c$  のとき,  $s(a)$  と  $s(c)$  の大小を比較せよ.

(2) さらに,  $a, c$  は整数であり,  $b$  は 0 でない整数であるとする. 次を証明せよ.

(a)  $p, q, r$  はすべて整数である.

(b)  $p$  が 2 の倍数であり,  $q$  が 4 の倍数であるならば,  $a, b, c$  はすべて 2 の倍数である.