

2014年理系第1問

1 以下の にあてはまる式または数値を記入せよ。

$$5x-30 > 7x-28$$

$$2x < -2$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2} > \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

数理
石井K

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + x - 2 \leq 0 \\ \frac{x-6}{7} > \frac{x-4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x-1) \leq 0 \\ 5(x-6) > 7(x-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < -1$$

を満たす x の値の範囲は である。

(2) 座標平面上の3点 $A(1, 1)$, $B(3, 3)$, $C(2, 6)$ に対して, 2つのベクトル \vec{AB} , \vec{AC} の内積は である。

(3) $(x+2y)^6$ の展開式における x^2y^4 の係数は である。

(4) a を実数とするとき, x の方程式 $(\log_2 x)^2 + (a+1)\log_2 x + 1 = 0$ が異なる2つの実数の解をもつような a の値の範囲は である。

(5) $\triangle OAB$ において $OA = 3$, $OB = 4$, $\angle AOB = 15^\circ$ のとき, $\triangle OAB$ の面積は である。

(1) 上の計算より, $-2 \leq x < -1$

(2) $\vec{AB} = (2, 2)$, $\vec{AC} = (1, 5)$ より $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 12$

(3) $\frac{6!}{2!4!} \cdot 2^4 = 15 \cdot 16 = \underline{240}$

(4) $t = \log_2 x$ とおくと, $t^2 + (a+1)t + 1 = 0$

$$\therefore D = (a+1)^2 - 4 > 0$$

$$\therefore (a-1)(a+3) > 0 \quad \therefore \underline{a > 1, a < -3}$$

(5) $\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

$$\therefore \sin 15^\circ > 0 \text{ より } \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \underline{\frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}}$$

