0001710279828999

釧路公立大学

2013年 経済 第3問

1枚目/2枚

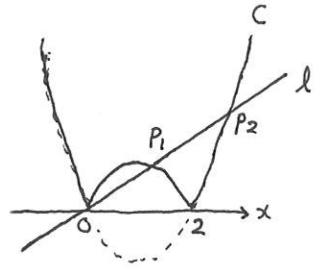
数理 石井K

$\boxed{3}$ k を $0<k<1$ の範囲の定数とする．直線 $\ell : y=kx$ と曲線 $C : y=|x^2-2x|$ について以下の各問に答えよ．

(1) 直線 ℓ と曲線 C の交点 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$ を求めよ．ただし，$0<x_1<x_2$ とする．

(2) 原点を O として，線分 OP_1 と曲線 C で囲まれる部分の面積を S_1，線分 P_1P_2 と曲線 C で囲まれる部分の面積を S_2 とする．このとき，S_1 と S_2 をそれぞれ k の関数で表せ．

(3) $S=S_1+S_2$ とする．このとき，S が最小となる k の値を求めよ．



(1) $x^2-2x=x(x-2)$ より．

- $x \geqq 2$，$x \leqq 0$ のとき．$C : y=x^2-2x$
- $0<x<2$ のとき．$C : y=-x^2+2x$

右のグラフより．ℓ と C の $0<x<2$ での交点を求めると，

$kx+x^2-2x=0 \quad \therefore x\{x-(2-k)\}=0 \quad x>0$ より $x=2-k$

$\therefore \underline{P_1(2-k,\ 2k-k^2)}$ //

$x>2$ での交点は．$x^2-2x-kx=0 \quad \therefore x\{x-(2+k)\}=0$

$x>2$ より $x=2+k \quad \therefore \underline{P_2(2+k,\ 2k+k^2)}$ //

(2) $S_1=\int_0^{2-k} -x^2+2x-kx\,dx = -\int_0^{2-k} x\{x-(2-k)\}\,dx = \underline{\frac{1}{6}(2-k)^3}$ //

$$S_2=\int_{2-k}^{2} kx-(-x^2+2x)\,dx+\int_2^{2+k} kx-(x^2-2x)\,dx$$

$$=\int_{2-k}^{2} x^2-(2-k)x\,dx+\int_2^{2+k} -x^2+(2+k)x\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2-k}{2}x^2\right]_{2-k}^{2}+\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{2+k}{2}x^2\right]_2^{2+k}$$

$$=\frac{8}{3}-\frac{2-k}{2}\cdot 2^2-\frac{(2-k)^3}{3}+\frac{(2-k)^3}{2}-\frac{(2+k)^3}{3}+\frac{(2+k)^3}{2}+\frac{8}{3}-\frac{2+k}{2}\cdot 2^2$$

$$=\frac{16}{3}-8+\frac{(2-k)^3}{6}+\frac{(2+k)^3}{6}$$

$$=\underline{2k^2}$$ //

0001710279828999

釧路公立大学

2013年 経済 第3問　　2枚目/2枚.

数理
石井K

$\boxed{3}$ k を $0<k<1$ の範囲の定数とする．直線 $\ell : y=kx$ と曲線 $C : y=|x^2-2x|$ について以下の各問に答えよ．

(1) 直線 ℓ と曲線 C の交点 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$ を求めよ．ただし，$0<x_1<x_2$ とする．

(2) 原点をOとして，線分 OP_1 と曲線 C で囲まれる部分の面積を S_1，線分 P_1P_2 と曲線 C で囲まれる部分の面積を S_2 とする．このとき，S_1 と S_2 をそれぞれ k の関数で表せ．

(3) $S=S_1+S_2$ とする．このとき，S が最小となる k の値を求めよ．

(3) $S=\frac{1}{6}(2-k)^3+2k^2$

$\therefore S'=\frac{1}{2}(2-k)^2\cdot(-1)+4k$

$=-\frac{1}{2}(4-4k+k^2)+4k$

$=-\frac{1}{2}(k^2-12k+4)$

$\therefore S'=0$ となるのは．$k=\frac{12\pm\sqrt{144-4\cdot4}}{2}=6\pm\sqrt{32}=6\pm4\sqrt{2}$

$0<k<1$ より．$k=6-4\sqrt{2}$

k	(0)	$\cdots$	$6-4\sqrt{2}$	$\cdots$	(1)
S'		$-$	0	$+$	
S		↘		↗	

いらない

~~このときSの値は．~~

~~$\frac{1}{6}\cdot\{2-(6-4\sqrt{2})\}^3+2(6-4\sqrt{2})^2$~~

~~$=\frac{4}{3}($~~

~~$=\frac{32}{3}\{\sqrt{2}-1\}^3+8(3-2\sqrt{2})^2$~~

~~$=\frac{32}{3}(3-2\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)+8($~~

$\therefore S$ が最小となるのは右の増減表より．$\underline{k=6-4\sqrt{2}}$ のとき //

時間が余ったら $k=6-4\sqrt{2}$ のとき．$k^2-12k+4=0$

であることを利用して S の値を出してもよいが今回は特に必要なし