京都工芸繊維大学

2012年 工芸科学 第2問

$\boxed{2}$ xyz 空間内に四面体PABCがある．$\triangle$ABCは xy 平面内にある鋭角三角形とし，頂点Pの z 座標は正とする．Pから xy 平面に下ろした垂線をPHとし，Hは $\triangle$ABCの内部にあるとする．Hから直線AB，BC，CAに下ろした垂線をそれぞれ $\mathrm{HK_1}$，$\mathrm{HK_2}$，$\mathrm{HK_3}$ とする．そのとき $\mathrm{PK_1} \perp \mathrm{AB}$，$\mathrm{PK_2} \perp \mathrm{BC}$，$\mathrm{PK_3} \perp \mathrm{CA}$ である．$\angle \mathrm{PK_1H} = \alpha_1$，$\angle \mathrm{PK_2H} = \alpha_2$，$\angle \mathrm{PK_3H} = \alpha_3$ とし，$\triangle$PAB，$\triangle$PBC，$\triangle$PCAの面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする．

(1) $\triangle$HABの面積を α_1，S_1 を用いて表せ．

(2) 3つのベクトル $\overrightarrow{l_1}$，$\overrightarrow{l_2}$，$\overrightarrow{l_3}$ は，大きさがそれぞれ S_1，S_2，S_3 であり，向きがそれぞれ平面PAB，平面PBC，平面PCAに垂直であるとする．ただし，$\overrightarrow{l_1}$，$\overrightarrow{l_2}$，$\overrightarrow{l_3}$ の z 成分はすべて正とする．このとき，$\overrightarrow{l_1}+\overrightarrow{l_2}+\overrightarrow{l_3}$ の z 成分は $\triangle$ABCの面積に等しいことを示せ．

(3) 3辺AB，BC，CAの長さの比AB : BC : CAを，α_1，α_2，α_3，S_1，S_2，S_3 を用いて表せ．