



2017年農・教育文化（文系）第3問

3 座標平面上に2つの放物線  $C_1: y = x^2$ ,  $C_2: y = 4(x-1)^2$  がある.  $t \leq \frac{2}{3}$  を満たす実数  $t$  に対し, 座標平面上において次の2つの条件を満たす部分の面積を  $S(t)$  とする.

(i)  $t \leq x \leq t+1$

(ii)  $x^2 \leq y \leq 4(x-1)^2$  または  $4(x-1)^2 \leq y \leq x^2$

このとき, 次の各問に答えよ.

- (1) 放物線  $C_1$ ,  $C_2$  の交点の  $x$  座標  $\alpha$ ,  $\beta$  (ただし,  $\alpha < \beta$ ) を求めよ.
- (2)  $t \leq -\frac{1}{3}$  のとき,  $S(t)$  を,  $t$  を用いて表せ. さらに, 関数  $S(t)$  は  $t \leq -\frac{1}{3}$  において減少することを示せ.
- (3)  $-\frac{1}{3} \leq t \leq \frac{2}{3}$  のとき,  $S(t)$  を,  $t$  を用いて表せ. さらに, 関数  $S(t)$  ( $-\frac{1}{3} \leq t \leq \frac{2}{3}$ ) が最小となる  $t$  の値を求めよ.