



2014 年 第 3 問

3 四面体  $OABC$  は,  $OA = BC$ ,  $OB = AC$ ,  $OC = AB$  を満たしているとし,  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$  とおく. 三角形  $ABC$  と三角形  $OAC$  の重心をそれぞれ  $G$ ,  $H$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\overrightarrow{OG}$ ,  $\overrightarrow{BH}$  をそれぞれ  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  を用いて表せ.
- (2) 内積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  を  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表せ.
- (3)  $OG \perp BH$  であるとき,  $a^2 + c^2 = 3b^2$  が成り立つことを示せ.