2013年 工・未来科学・理工・情報環境A 第5問

$\boxed{5}$ OA $=$ OB $=$ OC $=\sqrt{5}$，AB $=$ BC $=$ CA $=2$ である四面体OABCを考える．ABの中点をMとし，MからOCに下ろした垂線とOCの交点をNとする．△ABCの重心をGとし，OGとMNの交点をPとする．$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ として，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}$ と $\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を $\vec{c}$ を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(4) 四面体PABGの体積は四面体OABCの体積の何倍かを求めよ．