

2013年第1問

1  $a, b$ をいずれも正の数とする。次の問いに答えよ。

(1)  $x$ を正の数とするとき、次の不等式を証明せよ。

$$a^{x+1} + b^{x+1} \geq ab^x + a^x b$$

(2)  $n$ を自然数とするとき、次の不等式を証明せよ。

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$$

(3)  $a + b\sqrt{2} = 4$ のとき、 $a^4 + 4b^4$ の最小値を求めよ。