

2011年海洋科学第5問

5 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(p + \frac{k}{n}\right)^2$ ($n = 1, 2, \dots$) で定める。ただし、 p は実数とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) すべての実数 p に対して、 $a_n \geq \frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ($n = 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (2) $p = \frac{5}{3}$ のとき、 $a_n < 5$ となる最小の n の値を求めよ。