

2015年文系第3問

3 平面において、一直線上にない3点  $O$ ,  $A$ ,  $B$  がある。  $O$  を通り直線  $OA$  と垂直な直線上に  $O$  と異なる点  $P$  をとる。  $O$  を通り直線  $OB$  と垂直な直線上に  $O$  と異なる点  $Q$  をとる。ベクトル  $\vec{OP} + \vec{OQ}$  は  $\vec{AB}$  に垂直であるとする。

(1)  $\vec{OP} \cdot \vec{OB} = \vec{OQ} \cdot \vec{OA}$  を示せ。

(2) ベクトル  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  のなす角を  $\alpha$  とする。ただし、  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とする。このときベクトル  $\vec{OP}$ ,  $\vec{OQ}$  のなす角が  $\pi - \alpha$  であることを示せ。

(3)  $\frac{|\vec{OP}|}{|\vec{OA}|} = \frac{|\vec{OQ}|}{|\vec{OB}|}$  を示せ。