

2013年教育学部第4問



4 5本のくじの中に当たりくじが2本ある。まず、Aさんが当たりくじを引くまで繰り返し引くとする。ただし、引いたくじは元に戻さない。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) Aさんが引くはずれくじの本数の期待値を求めよ。
 (2) Aさんが当たりくじを引いた後、Bさんも同様に当たりくじを引くまで繰り返し引くとする。Bさんが引くはずれくじの本数の期待値を求めよ。

(1) はずれくじを引く本数を X とすると、 $X=0, 1, 2, 3$

$$P(X=0) = \frac{2}{5}, \quad P(X=1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}, \quad P(X=2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3}$$

使わないけど一応求めた

$$P(X=3) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore E(X) = 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1 //$$

(2) 当たりくじは2本あるので、Bさんも引くくじが残っている。

また、Bさんが引くはずれくじの本数を Y とすると、 $Y=0, 1, 2, 3$

使わないけど一応求めた

$$P(Y=0) = P(X=0) \times \frac{1}{4} + P(X=1) \times \frac{1}{3} + P(X=2) \times \frac{1}{2} + P(X=3) \times 1$$

$$\therefore P(Y=0) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \times 1 = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} P(Y=1) &= P(X=0) \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + P(X=1) \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + P(X=2) \times \frac{1}{2} \times 1 \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times 1 \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$P(Y=2) = P(X=0) \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + P(X=1) \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{5}$$

$$P(Y=3) = P(X=0) \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore E(Y) = 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{10} = 1 //$$