0001358631468999

山口大学

2013 年 第 4 問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 原点を出発点として数直線上を動く点Pがある．次のような試行を考える．さいころを1回投げて，5以上の目が出たときは点Pを正の向きに1だけ進め，4以下の目が出たときは負の向きに2だけ進める．このような試行について，次の問いに答えなさい．

(1) この試行を3回行うとき，点Pが原点の位置にくる確率を求めなさい．

(2) この試行を9回行うとき，点Pが3回目と9回目に原点の位置にくる確率を求めなさい．

(3) この試行を9回行うとき，点Pが3回目と9回目のみ原点の位置にくる確率を求めなさい．

(1) 5以上の目が2回，4以下の目が1回出ればよいので

$$\left(\frac{2}{6}\right)^2 \times \left(\frac{4}{6}\right) \times {}_3C_1 = \frac{2}{9}$$

4以下の目が何回目に出るかの選び方

(2) (1)の場合が起きて，かつ，残り6回のうち，5以上の目が4回，4以下の目が2回出る．

$$\therefore \frac{2}{9} \times \left(\frac{2}{6}\right)^4 \times \left(\frac{4}{6}\right)^2 \times {}_6C_2 = \frac{40}{2187}$$

(3) 試行をn回行って，k回5以上の目が出たとする．このとき，4以下の目は，n−k回出るので，Pの座標は，$k+(n-k)\cdot(-2) = 3k-2n$

$\therefore$ Pの座標が原点 $\Leftrightarrow 3k-2n=0$

よって，$2n = 3k$　2と3は互いに素なので，nは3の倍数．

ここがないと減点される可能性あり．

よって，9回の試行で原点の位置にくる可能性があるのは，

3回目，6回目，9回目のみである．

3回目，6回目，9回目のすべてで原点にくる確率は，$\left(\frac{2}{9}\right)^3 = \frac{8}{729}$

(2)の余事象より，求める確率は，

$$\frac{40}{2187} - \frac{8}{729} = \frac{16}{2187}$$