# 星薬科大学

2014年 薬学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 平面上に2点A(2, 0)，B(6, 0)があり，$c>0$として点C(0, $c$)をとる．$\angle ACB=\theta$として次の問に答えよ．

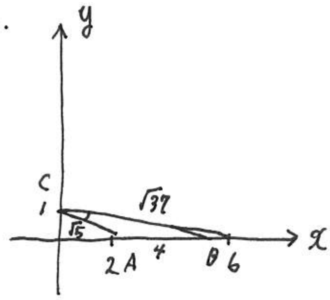
(1) $c=1$のとき，$\tan\theta=\dfrac{\boxed{22}}{\boxed{23}\boxed{24}}$であり，$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{\boxed{25}\boxed{26}\boxed{27}}}{\boxed{28}}$である．

4　13　1 8 5　5

(2) $\theta$が最大になるとき，$\tan\theta=\dfrac{\sqrt{\boxed{29}}}{\boxed{30}}$であり，$\dfrac{BC}{AC}=\sqrt{\boxed{31}}$である．

3　3　3

(1) $AB=4$, $AC=\sqrt{5}$, $BC=\sqrt{37}$ 余弦定理より




$4^2=5+37-2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{37}\cos\theta$　　$\therefore \cos\theta=\dfrac{13}{\sqrt{185}}$

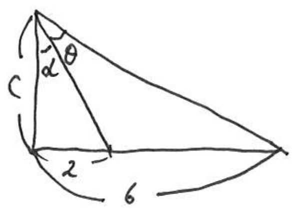
$\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より．　$\tan^2\theta=\dfrac{185-169}{169}$

$0°<\theta<90°$ より $\tan\theta>0$　　$\therefore \tan\theta=\dfrac{4}{13}$ //

$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{37}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{185}}{5}$ //

(2) ~~(1)と同様にして．~~ $\cancel{4^2=4+c^2+6^2+c^2-2\cdot\sqrt{4+c^2}\cdot\sqrt{6^2+c^2}\cdot\cos\theta}$

右図より．$\tan\alpha=\dfrac{2}{c}$, $\tan(\alpha+\theta)=\dfrac{6}{c}$




$\therefore \tan\theta=\tan\{(\theta+\alpha)-\alpha\}$

$=\dfrac{\frac{6}{c}-\frac{2}{c}}{1+\frac{2}{c}\cdot\frac{6}{c}}$

$=\dfrac{4c}{c^2+12}$

$0°<\theta<90°$ において．

$\theta$：最大 $\Leftrightarrow$ $\tan\theta$：最大 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{1}{\tan\theta}$：最小

$\therefore \dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{c}{4}+\dfrac{3}{c}\geqq 2\cdot\sqrt{\dfrac{c}{4}\cdot\dfrac{3}{c}}=\sqrt{3}$　($\because$ 相加・相乗)

$\theta$：最大のとき，$\tan\theta$ は $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ //　　等号成立は $c^2=12$　$\therefore c=2\sqrt{3}$ のとき．

$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{36+12}}{\sqrt{4+12}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$ //