



2014年 理学部 第4問

4 実数  $a, b$  は  $a > b > 0$  および  $a^2 - b^2 = 2ab$  を満たすとする.  $xy$  平面上で  $(a \cos \theta, b \sin \theta)$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) によって媒介変数表示された楕円を  $C$  とする. 点  $P(b \cos t, a \sin t)$  ( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ ) と  $C$  上の動点  $Q(a \cos \theta, b \sin \theta)$  に対し,  $f(\theta) = |\overrightarrow{PQ}|^2$  とおく.

- (1)  $f'(\theta) = 0$  であるとき,  $\sin 2\theta = \sin(\theta - t)$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $f'(\theta) = 0$  となる  $\theta$  を  $t$  を用いて表せ.
- (3)  $f'(\theta) = 0$  となる  $\theta$  がちょうど3つとなる  $t$  の値を求めよ.
- (4)  $t$  を (3) で求めた値とする. このとき,  $f'(\theta) = 0$  となる各  $\theta$  に対応する  $C$  上の3点を頂点とする三角形の面積を  $a, b$  を用いて表せ.