

# ◀ ● ● ● ● ● ▶

## 東北工業大学

2014年工・ライフデザイン 第3問

3 次の問いに答えよ。

$$(1) \sqrt[3]{a^4} \times a^4 \times \sqrt[6]{a^2} \div (a^3 \sqrt[3]{a^2}) = a \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ナ} & \text{ニ} \\ \hline \end{array}$$

$$(2) \log_3 108 - 3 \log_9 4 + 2 \log_9 6 = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ヌ} & \text{ネ} \\ \hline \end{array}$$

(3) 2個のさいころを同時に投げるとき、目の和が素数になる確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ノ} & \text{ハ} \\ \hline \end{array}}{12}$  である。

(4) 等比数列  $\{a_n\}$  の第3項は12, 第6項は96である。この数列の初項から第  $n$  項までの和が765になった。このとき  $n = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{ヒ} & \text{フ} \\ \hline \end{array}$  である。

(5) 平面上の2つのベクトル  $\vec{a} = (4, 2)$  と  $\vec{b} = (2\sqrt{3}-1, 2+\sqrt{3})$  のなす角は  $\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ヘ} & \text{ホ} \\ \hline \end{array}$  ° である。

$$(1) (\text{キ式}) = a^{\frac{4}{3}} \times a^4 \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{5}{3}} = a^{\frac{4}{3} + 4 + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}} = a^4$$

$$\begin{aligned} (2) (\text{ク式}) &= \log_3 2^2 \cdot 3^3 - 3 \log_9 4 + 2 \log_9 6 \\ &= 2 \log_3 2 + 3 - 3 \cdot \frac{\log_3 4}{\log_3 9} + 2 \cdot \frac{\log_3 6}{\log_3 9} \\ &= 2 \log_3 2 + 3 - \frac{3}{2} \cdot 2 \log_3 2 + \log_3 2 + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

(3) 1~12までの素数は 2, 3, 5, 7, 11

∴ (1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1),  
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (5, 6), (6, 5)

$$\therefore \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned} (4) a_3 &= a \cdot r^2 = 12 & \frac{3(1-2^n)}{1-2} &= 3(2^n-1) = 765 \\ a_6 &= a \cdot r^5 = 96 & \therefore 2^n-1 &= 255 \\ & & \therefore 2^n &= 256 \\ & & \therefore n &= 8 \end{aligned}$$

∴  $r^3 = 8 \Rightarrow (r-2)(r^2+r+4) = 0$   
 $\therefore r = 2, a = 3$   $= (r+1)^2 + 3 > 0$

$$\begin{aligned} (5) |\vec{a}| &= \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2 + (2+\sqrt{3})^2} = \sqrt{13-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \theta = 8\sqrt{3}-4+4+2\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \quad \therefore \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \theta = 30^\circ$$

なす角  $\theta$   
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$