



2010年第5問

5 n を自然数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の n 個の積を

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

とする。 $ad - bc = 3$ のとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a_1 = a$, $b_1 = b$, $c_1 = c$, $d_1 = d$ である。

- (1) $a_n d_n - b_n c_n = 3^n$ を数学的帰納法によって証明せよ。
- (2) $a + d = 1$ のとき、 $a_3 + d_3$ を求めよ。
- (3) $a + d = 0$ のとき、 $a_n + d_n$ を求めよ。