

2014年 医学部 第1問

1 以下の問に答えよ。

- (1)  $\left[ \frac{1}{3}x + 1 \right] = [2x - 1]$  を満たす実数  $x$  の範囲を求めよ。ここで、 $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数である。
- (2)  $\triangle ABC$  と、 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + k\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  ( $k > 0$ ) を満たす点  $M$  が存在する。点  $A$  と点  $M$  を通る直線と辺  $BC$  の交点を  $N$  とする。  $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BN}$  のとき、 $k$  はいくらか。
- (3) 初項が正の数である等比数列  $\{a_n\}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が、漸化式

$$a_{n+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1} = 3a_1 a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとき、以下の問に答えよ。

- (i)  $\{a_n\}$  の初項と公比を求めよ。
- (ii) 無限級数  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  が収束するかどうか調べよ。収束する場合には、その和を求めよ。