

2010年 工学科学 第2問

2  $n$ は2以上の自然数とする。1つの袋と1つの箱がある。袋には白玉3個と赤玉2個が入っており、箱には何も入っていない。次の操作を考える。

袋から玉を1個取り出し、白玉なら袋に戻し、赤玉なら箱に入れる。

この操作を  $n$ 回繰り返す。  $n$ 回目の操作の後、箱に入っている赤玉の個数を  $X$  とする。

- (1)  $k$ を  $n$ 以下の自然数とする。  $k$ 回目の操作では赤玉を取り出し  $k$ 回目以外の  $n-1$ 回の操作では白玉を取り出す確率を  $n$ と  $k$ を用いて表せ。次に、  $X=1$ である確率  $p_n$ を求めよ。
- (2)  $X=2$ である確率  $q_n$ を求めよ。
- (3)  $X$ の期待値  $E_n$ を求めよ。また、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(2 - E_n)$ を求めよ。