0001900819908999

宮崎大学

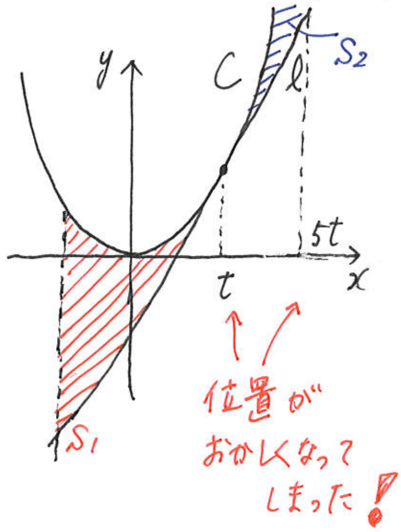
2014年 第3問

数理
石井K

$\boxed{3}$ 放物線 $C : y = x^2$ 上の点 $(t,\ t^2)$ $(t > 0)$ における C の接線を ℓ とする．直線 $x = -1$，放物線 C および接線 ℓ で囲まれる図形の面積を S_1，直線 $x = 5t$，放物線 C および接線 ℓ で囲まれる図形の面積を S_2 とし，$R = S_2 - S_1$ とおく．このとき，次の各問に答えよ．

(1) R の値を，t を用いて表せ．

(2) R の最小値を求めよ．



(1) $y' = 2x$ より．$\ell : y = 2t(x-t) + t^2$

$\therefore \ell : y = 2tx - t^2$

$$\therefore S_1 = \int_{-1}^{t} x^2 - (2tx - t^2)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{t} (x-t)^2\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-t)^3\right]_{-1}^{t}$$

$$= \frac{1}{3}(t+1)^3$$

$$S_2 = \int_{t}^{5t} x^2 - (2tx - t^2)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-t)^3\right]_{t}^{5t}$$

$$= \frac{64}{3}t^3$$

$$\therefore \underline{R = 21t^3 - t^2 - t - \frac{1}{3}}\ //$$

(2) $R' = 63t^2 - 2t - 1$

$= (7t-1)(9t+1)$

$t > 0$ より．$R' = 0$ となるのは

$t = \frac{1}{7}$ のとき

t	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{7}$	$\cdots$
R'		$-$	0	$+$
R		$\searrow$	$-\frac{64}{147}$	$\nearrow$

極小

$\therefore R$ の最小値は $\underline{-\frac{64}{147}}\ //$

$(t = \frac{1}{7})$