愛媛大学

2015年 農・工（環境建設）・教育・総合人間 第1問　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ.

(1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ からその整数部分を引いた値を a とするとき，a^2+4a+5 の値を求めよ.

(2) 次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ x\log_2 x - y\log_2 y = 0 \end{cases}$$

(3) s, t を実数とする. 座標空間内の同一平面上にある4点 O(0, 0, 0), A(4, s, t), B(2, 3, 2), C(0, 5, 1) が $\angle\mathrm{AOB}=90^\circ$ をみたすとき，s, t の値を求めよ.

(4) 初項が3, 公比が4である等比数列の第 k 項を a_k とする. このとき，$\displaystyle\sum_{k=n}^{n^2} a_k$ を求めよ.

(1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 = \dfrac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}}{8} = 2+\sqrt{5}$

ここで，$2<\sqrt{5}<3$ より，$\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ の整数部分は，4

$\therefore\ a = 2+\sqrt{5}-4 = \sqrt{5}-2$

$a^2+4a+5 = (a+2)^2+1$

$= (\sqrt{5})^2+1$

$= \underline{6}$ //

(2) 真数条件より，$x>0$ かつ $y>0$ …①

$\log_2 x - \log_2 y = 1$ より，$\log_2 \dfrac{x}{y} = 1$　$\therefore\ x=2y$ …②

$x\log_2 x - y\log_2 y = 0$ より，$\log_2 x^x = \log_2 y^y$　$\therefore\ x^x = y^y$ …③

②を③に代入して，$(2y)^{2y} = y^y$

$\therefore\ 2^{2y}\cdot(y^y)^2 = y^y$

$\therefore\ y^y(2^{2y}\cdot y^y - 1) = 0$

①より，$y^y>0$ なので，$4^y\cdot y^y = 1$　$\therefore\ (4y)^y = 1$

②より.

両辺対数をとって. $y\log_2 4y = 0$　$y>0$ より，$4y=1$　$\therefore\ \underline{y=\dfrac{1}{4},\ x=\dfrac{1}{2}}$ //

0002070189297999

愛媛大学

2015 年 農・工（環境建設）・教育・総合人間 第 1 問　　2 枚目／2 枚

数理
石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ からその整数部分を引いた値を a とするとき，a^2+4a+5 の値を求めよ．

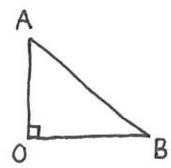
(2) 次の連立方程式を解け．

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ x\log_2 x - y\log_2 y = 0 \end{cases}$$

(3) s，t を実数とする．座標空間内の同一平面上にある 4 点 O(0, 0, 0)，A(4, s, t)，B(2, 3, 2)，C(0, 5, 1) が $\angle \mathrm{AOB} = 90^\circ$ をみたすとき，s，t の値を求めよ．

(4) 初項が 3，公比が 4 である等比数列の第 k 項を a_k とする．このとき，$\displaystyle\sum_{k=n}^{n^2} a_k$ を求めよ．

(3) $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ より，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 0$ であるから，



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = (4, s, t)\cdot(2, 3, 2)$

$= 8 + 3s + 2t$

$\therefore\ 3s + 2t = -8 \cdots ①$

また，4点は同一平面上にあり，$\overrightarrow{OB} \not\parallel \overrightarrow{OC}$ であるから，

$\overrightarrow{OA} = p\overrightarrow{OB} + q\overrightarrow{OC}$ となる実数 p, q が存在する

$\therefore\ (4, s, t) = p(2, 3, 2) + q(0, 5, 1)$

各成分を比較して，$p = 2$，$s = 6 + 5q$，$t = 4 + q$

q を消去して，$s - 5t = -14 \cdots ②$

①，②より，$\underline{s = -4,\ t = 2}$ //

(4) $a_k = 3\cdot 4^{k-1}$ より，

$\displaystyle\sum_{k=n}^{n^2} a_k = 3\sum_{k=n}^{n^2} 4^{k-1}$

$= 3\cdot\dfrac{4^{n-1}(1 - 4^{n^2-n+1})}{1-4}$

$= 4^{n-1}(4^{n^2-n+1} - 1)$

$= \underline{4^{n^2} - 4^{n-1}}$ //