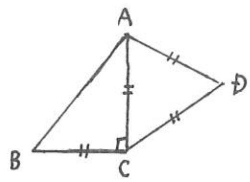
広島工業大学

2016年 工・情報・環境学部 (A) 第6問

数理 石井K

$\boxed{6}$ 四角形ABCDにおいて，△ABCは$\angle C = 90°$の直角二等辺三角形，△ACDは正三角形である．AC = 1のとき，次の問いに答えよ．



(1) 四角形ABCDの面積を求めよ．
(2) △BCDの面積を求めよ．
(3) BD^2を求めよ．
(4) (3)を用いて，$\cos 105° = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$を示せ．

(1) $\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 60° = \underline{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$ //

(2) $\angle BCD = 90° + 60° = 150°$

$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 150°$

$= \underline{\frac{1}{4}}$ //

(3) 余弦定理を△BCDに用いて

$BD^2 = 1^2 + 1^2 - 2\cdot 1\cdot 1\cdot \cos 150°$

$= \underline{2+\sqrt{3}}$ //

(4) 余弦定理を△ABDに用いて

$BD^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\cdot 1\cdot \sqrt{2}\cos 105°$

(3)より，

$2+\sqrt{3} = 1 + 2 - 2\sqrt{2}\cos 105°$　　$\therefore \cos 105° = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ■