



2017年理系第4問

4  $f(x) = x^2 + x$  とし,  $j$  は自然数とする. 数列  $\{a_n\}$  を次のように定める.

$a_1 = 2$  とする.  $a_n$  ( $n \geq 1$ ) に対して, 座標平面上の曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a_n^j, f(a_n^j))$  における接線と直線  $y = x$  との交点の  $x$  座標を  $a_{n+1}$  とする. ただし,  $a_n^j$  は  $a_n$  の  $j$  乗を表す.

以下の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数  $n$  に対し,  $a_n > 0$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $b_n = \log_2 a_n$  とおくと,  $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ.
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.