

2014年 教育学部 第4問


 数理
石井K

4 2次関数 $y = 2x^2 - (3k+1)x + k+5$, および $y = -x^2 + (k+2)x + k-1$ で表されるグラフを, それぞれ C_1, C_2 とするとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) C_1, C_2 が2つの異なる交点をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい. また, k がその範囲にあるとき, 2つの交点を結ぶ線分の midpoint の x 座標を求めなさい.
- (2) C_1, C_2 が2つの異なる交点を持ち, これら2つの交点を通る直線の傾きが3となるときの k の値を求めなさい.

$$(1) 2x^2 - (3k+1)x + k+5 + x^2 - (k+2)x - k + 1 = 0$$

$$3x^2 - (4k+3)x + 6 = 0 \quad \text{の判別式を } \Delta \text{ とすると}$$

$$\Delta = (4k+3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 > 0 \quad \therefore k < \frac{-3-6\sqrt{2}}{4}, \quad k > \frac{-3+6\sqrt{2}}{4}$$

中点の x 座標は, 解と係数の関係から

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4k+3}{3} = \frac{4k+3}{6}$$

$$(2) \frac{2\alpha^2 - (3k+1)\alpha + k+5 - \{2\beta^2 - (3k+1)\beta + k+5\}}{\alpha - \beta} = 3$$

$$\therefore \frac{2(\alpha^2 - \beta^2) - (3k+1)(\alpha - \beta)}{\alpha - \beta} = 3$$

$$\therefore 2(\alpha + \beta) - 3k - 1 = 3$$

$$\therefore 2 \cdot \frac{4k+3}{3} - 3k - 4 = 0$$

$$8k + 6 - 9k - 12 = 0$$

$$\therefore k = -6$$