

2011年 理学部 第1問

1 曲線  $y = e^x$  を  $C$  とする. 点  $Q_1$  を  $x$  軸上にとる. 点  $Q_1$  を通り  $y$  軸と平行な直線を  $l_1$  とする.  $l_1$  が  $C$  と交わる点を  $P_1$  とする. 点  $P_1$  における  $C$  の接線を  $l'_1$  とする.  $l'_1$  が  $x$  軸と交わる点を  $Q_2$  とする. さらに, 点  $Q_2$  を通り  $y$  軸と平行な直線を  $l_2$  とする.  $l_2$  が  $C$  と交わる点を  $P_2$  とする. 点  $P_2$  における  $C$  の接線を  $l'_2$  とする.  $l'_2$  が  $x$  軸と交わる点を  $Q_3$  とする. これを続けて,  $C$  上の点  $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$  と  $x$  軸上の点  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$  を決める.  $P_1$  の座標を  $(a, e^a)$  とするとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $Q_n$  の  $x$  座標を求めよ.

(2)  $C$  と直線  $l'_n$  および  $l_{n+1}$  で囲まれた図形の面積を  $s_n$  とするとき, 無限級数  $s_1 + s_2 + \dots + s_n + \dots$  の和を求めよ.