

2017年第3問

3 整式  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $\dots$ ,  $f_n(x)$ ,  $\dots$  を

$$f_1(x) = x, \quad f_{n+1}(2x) = 2f_n(x) + \{f_n(x)\}^2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定義する。このとき、下の問いに答えよ。

(1)  $f'_n(0)$ ,  $f''_n(0)$  を求めよ。

(2)  $x \geq 0$  において不等式  $f_n(x) \leq f_{n+1}(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) が成り立つことを示せ。