



2015年教育第2問

2 3種類の記号 a , b , c から重複を許して n 個を選び、それらを一列に並べて得られる長さ n の記号列を考える。このような記号列のなかで、 a がちょうど偶数個含まれるようなものの総数を $g(n)$ とする。ただし、0 個の場合も偶数個とみなす。たとえば、 $g(1) = 2$, $g(2) = 5$ である。

- (1) 自然数 $n \geq 1$ に対して $g(n+1) = g(n) + 3^n$ が成り立つことを示せ。
- (2) $g(n)$ を求めよ。
- (3) 一般に、 a を含む m 種類の記号から重複を許して n 個を選び、それらを一列に並べて得られる長さ n の記号列を考える。ただし、 $m \geq 2$ とする。このような記号列のなかで、 a がちょうど奇数個含まれるようなものの総数を $k_m(n)$ とする。自然数 $n \geq 1$ に対して、 $k_m(n)$ を求めよ。