



2016年人文学部第1問

1 A, Bの2チームが試合をくり返し行い, 先に3勝したチームを優勝とする. 1回の試合でAチームが勝つ確率は $\frac{2}{3}$, Bチームが勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で, 引き分けはないものとする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 優勝が決まるまでにBチームが少なくとも1勝する確率を求めよ.
 (2) 3試合目または4試合目で優勝が決まる確率を求めよ.
 (3) 1試合目でAチームが勝ち, Aチームが優勝する確率を求めよ.

(1) Aが全勝して優勝するのは, $(\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$

余事象より, $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$ //

(2) (i) 3試合目で優勝が決まる場合

$$\underbrace{(\frac{2}{3})^3}_{Aが優勝} + \underbrace{(\frac{1}{3})^3}_{Bが優勝} = \frac{1}{3}$$

Aが優勝 Bが優勝

(ii) 4試合目で優勝が決まる場合

$$\left\{ \begin{array}{l} A A B A \\ A B A A \\ B A A A \end{array} \right. \quad \text{よって4試合目でAが優勝するのは,}$$

$$(\frac{2}{3})^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{8}{27}$$

同様に, Bが優勝するのは, $(\frac{1}{3})^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{2}{27}$

$$\therefore \frac{8+2}{27} = \frac{10}{27}$$

(i), (ii) より, $\frac{1}{3} + \frac{10}{27} = \frac{19}{27}$ //

(3) $\left\{ \begin{array}{l} A A A \cdots (\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27} \\ A A B A \\ A B A A \end{array} \right\} (\frac{2}{3})^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{16}{81}$

$$\left\{ \begin{array}{l} A A B B A \\ A B A B A \\ A B B A A \end{array} \right\} \cdots (\frac{2}{3})^3 \cdot (\frac{1}{3})^2 \cdot 3 = \frac{8}{81}$$

以上より, $\frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \frac{8}{81} = \frac{16}{27}$ //