

2018年工・保健・薬学部 第2問

2 放物線 $C: y = 3x^2$ に接する2直線 l 及び m について、 C と l の接点 A の x 座標を a 、 C と m の接点 B の x 座標を b とおく。ただし $a < b$ とする。

直線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} ax - \boxed{\text{イ}} a \boxed{\text{ウ}}$$

であり、直線 m の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} bx - \boxed{\text{イ}} b \boxed{\text{ウ}}$$

である。また l と m の交点 I の座標を a 、 b を用いて表すと、

$$\left(\frac{a+b}{\boxed{\text{エ}}}, \boxed{\text{オ}} ab \right)$$

である。

また、2点 A 、 B を通る直線の方程式は

$$y = \boxed{\text{カ}} (a+b)x - \boxed{\text{キ}} ab$$

であり、線分 AB の長さは

$$AB = (\boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}) \sqrt{\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}} (a+b) \boxed{\text{シ}}}$$

である。

以下、 I を通って y 軸に平行な直線を l' とし、 AB と l' の交点を M とする。三角形 AIM の面積 S_1 は、

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ス}} (\boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}) \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

また、放物線 C 、直線 l 、および l' で囲まれた領域の面積 S_2 は

$$S_2 = \frac{(\boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}) \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

さらに、放物線 C 、線分 AM 、および l' で囲まれた領域の面積 S_3 は

$$S_3 = \frac{(\boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}) \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$



である.

$AB = 2$ を満たしながら点 A, 点 B が動くとき,

$$S_3 = \boxed{\text{ト}} \left\{ \boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}}(a+b) \boxed{\text{ヌ}} \right\} \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

であり, このとき S_3 の最大値は $\boxed{\text{ヒ}}$ である. またそのとき, $a = \boxed{\text{フヘ}}$, $b = \boxed{\text{ホ}}$ である.