2018 年 工・保健・薬学部 第 3 問

3 p, q を 2 以上の自然数とし，正の実数 x と y が

$$p\tan x = q\tan y = 1$$

を満たすとする．このとき以下の各問に答えよ．

(1) $\tan(x+y)$ を p と q の式で表せ．

(2) $\tan 2x$ を p の式で表せ．

(3) x と y が条件

$$x+y=\frac{\pi}{4} \quad \cdots\cdots ①$$

を満たすとき，q を p の式で表せ．また条件 ① を満たす p, q の組 $(p,\ q)$ をすべて求めよ．

(4) 条件 ① を満たす x, y は次の不等式を満たすことを示せ．

$$\frac{\pi}{12}<x<\frac{\pi}{6},\quad \frac{\pi}{12}<y<\frac{\pi}{6}$$

(5) x と y が条件

$$2x+y=\frac{\pi}{4} \quad \cdots\cdots ②$$

を満たすとき，q を p の式で表せ．また，条件 ② を満たす p, q の組 $(p,\ q)$ を，$2 \leqq p \leqq 6$ の範囲で求めよ．

(6) 条件 ② を満たす 2 以上の自然数の組 $(p,\ q)$ は，(5) で求めた組に限ることを示せ．